

Dimecres

15.00 – 16.00 conferència plenària (Lenstra);
16.30 – 17.30 conferència plenària (Vignéras);
21.00 sopar al Palau de Pedralbes.

Divendres, 14 de juliol

09.00 – 10.00 conferència plenària (Meyer);
10.30 – 11.30 conferència plenària (Föllmer);

12.00 – 13.00 conferència plenària (Viro);
15.00 – 16.00 conferència plenària (Manin);
16.30 – 18.30 taula rodona
(*Shaping the 21st Century*);
18.30 – 19.00 cerimònia de cloenda.

Us esperem al Palau de Congressos!

Any Mundial de les Matemàtiques 2000

Jornada Matemàtica al Congrés dels Diputats

Per commemorar la celebració de l'any 2000 com a Any Mundial de les Matemàtiques, el Congrés dels Diputats va organitzar el passat 21 de gener, a la pròpia seu del Congrés, concretament a la Sala de Columnes, un acte amb el següent programa:

10.30 Obertura

Federico Trillo-Figueroa Martínez-Conde

President del Congrés dels Diputats

Angel Martín Municio

President de la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales

José Luis Fernández Pérez

President del Comité Español del Año Mundial de las Matemáticas 2000

11.15 Conferència

Jacques-Louis Lions, Collège de France.

«Es posible describir en lenguajes matemático e informático el mundo de lo inanimado y del ser vivo?».

Presentat per Jesús Ildefonso Díaz Díaz de la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales.

12.00 Pausa

12.30 Conferència

David Nualart i Rodón, UB.

«Las matemáticas en la actividad política».

Presentat per María Teresa Riera i Madurell, diputada per les Illes Balears.

16.00 Taula rodona

«La enseñanza de las matemáticas en España»

Miguel de Guzman y Ozámiz, Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales.

Luis Balbuena Castellano, Institut d'Educació Secundària Viera y Clavijo.

María Jesús Luelmo Verdú, Institut d'Educació Secundària San Mateo.

María Victoria Sánchez García, Univ. de Sevilla.
Sebastià Xambó Descamps, UPC.

18.00 Conferència

José Manuel Sánchez Ron, Universitat Autònoma de Madrid.

«José Echeagaray y la matemática como instrumento de regeneración.» Presentat per Antonio Martinon Cejas, diputat per Santa Cruz de Tenerife.

Clausura

Joan Marcet i Morera, vicepresident del Congrés dels Diputats.

L'acte va tenir un gran èxit de públic fins al punt que la Sala de Columnes va quedar petita i molts dels assistents van haver de seguir l'acte des d'una altra sala del Congrés a través d'un circuit tancat de televisió.

Un atemptat d'ETA a Madrid el mateix matí del 21 de gener, el primer després de la treva, va desviar l'atenció de la premsa aquell dia, de manera que l'acte dels matemàtics al Congrés no va rebre el ressò mediàtic que buscava i es mereixia.

De tota manera pensem que és important que un tal acte s'hagi celebrat, ja que és una manera de facilitar que la societat en general i la classe política en particular conegui el món de les matemàtiques, els nostres problemes i ambicions, i es valori la nostra tasca.

Felicitem doncs, els impulsors de la idea al Congrés, els diputats-matemàtics Antonio Martinon i Maria Teresa Riera, i els altres dos organitzadors, en Jesús Ildefonso Díaz i José Luis Fernández per la seva tasca.

L'origen d'aquest acte és en la proposició no de llei que prèviament havia aprovat el Parlament Espanyol.

L'acte va començar amb unes paraules del president del Congrés, Federico Trillo, que va dir que sempre havia estat partidari d'obrir el Parlament a la societat i que per això va donar suport incondicional a la proposta d'Antoni Martinon i Teresa Riera. Va fer una mica de broma per comentar que els parlamentaris només utilitzen la suma per comptar vots i que malauradament hi ha persones que es dediquen a restar o dividir en lloc de dedicar-se a sumar. També va posar de manifest que el primer acte de l'any 2000 coincidia amb l'últim acte de la legislatura, ja que s'acabaven de dissoldre les Cambres.

Les matemàtiques a l'Acadèmia de Ciències

La conferència d'**Angel Martín Municio**, president de la Real Academia de Ciencias, va consistir en un ràpid repàs històric des de Pitàgores, Arquímedes, Euclides, etc. passant per l'*Ars Magna* de Cardano i l'inici a Espanya de la Academia Real Matemática fundada per Felip II el 25 de desembre de 1552, sent el seu primer director l'impulsor d'aquesta idea Juan de Herrera. El 25 de febrer de 1847 es va transformar en l'actual Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales.

Parlant ja de matemàtics espanyols va glosar molt i molt elogiosament la figura del Premi Nobel José de Echegaray, autor de llibres sobre geometria superior, física matemàtica i càlcul

de variacions. Zoel Garcia de Galdeano, de la Universitat de Saragossa, fundador de *El Progreso Matemático*, primera revista espanyola de matemàtiques. D'Eduardo Torroja va citar el seu tractat *Geometría de la Posición*.

Però sobretot es va centrar en les figures de Rey Pastor i Puig Adam i la seva influència a Espanya i Amèrica. És el moment en què els matemàtics espanyols comencen a relacionar docència i investigació i comencen a ser coneguts fora d'Espanya.

Va acabar aquest recorregut citant el Quixot: «...ha de saber las matemáticas, porque a cada paso se le ofrecerá tener necesidad de ellas».

L'any mundial a Espanya

A continuació va parlar el president del Comité Español del Año Mundial de las Matemáticas 2000, **José Luis Fernández**.

Va emfatitzar que les matemàtiques han de ser considerades tan humanístiques, almenys, com les disciplines que habitualment reben aquest nom. La manera lògica d'organitzar-ne la informació i l'anàlisi per extreure'n conclusions proporciona una eina eficaç per a prendre decisions, administrar recursos, comparar alternatives, etc. i per tant la matemàtica ha de formar part del bagatge intel·lectual de tothom.

Va reivindicar més hores per a l'ensenyament de les matemàtiques, tant a l'educació general com en la formació dels mestres. També va considerar urgent una adaptació de la ma-

temàtica en general al món dels ordinadors. Va dir que la investigació matemàtica espanyola està particularment mal integrada amb la resta de la investigació científica i amb les seves potencials aplicacions i va reclamar un Pla Nacional de Matemàtiques per abordar aquests problemes.

Va parlar de la possibilitat d'ampliar la tradicional carrera de matemàtiques a una enginyeria matemàtica per formar professionals que puguin desenvolupar la seva tasca professional a la indústria o a les empreses. Molta feina doncs per aquest any 2000.

Descripció del món de l'inanimat i del ser viu en llenguatge matemàtic i informàtic

A continuació el professor **Jacques-Louis Lions** (pare del medalla field) va impartir una conferència amb el títol «Es posible describir en lenguajes matemático e informático el mundo de lo inanimado y del ser vivo?»

Sense voler ser exhaustius destaquem alguns dels punts abordats per Lions. A partir de la frase de Galileu «L'Univers està escrit en llenguatge matemàtic» constata que les matemàtiques i la informàtica han desenvolupat un *mètode universal per a l'estudi dels sistemes* que consta de tres etapes:

1. La modelització matemàtica.
2. L'anàlisi i la simulació.
3. El control, o intervenció, sobre els sistemes.

Un model es podria definir com un conjunt d'equacions, relacions i restriccions que conté (si el model és adequat!) tota la informació buscada. El que fa possible l'existència dels models són les notacions i catalogacions, per un costat, i la universalitat de les lleis matemàtiques per un altre. Va recordar la importància que Leibnitz concedia a les notacions per la possibilitat de tenir guardada molta informació en fórmules senzilles i contundents. I respecte a la universalitat va posar com a exemple les equacions electromagnètiques de Maxwell i les equacions

de Fourier sobre la transmissió de la calor, que empren totes elles les mateixes eines posades en marxa per Leibnitz.

Respecte a l'anàlisi i simulació comenta que extreure informació d'un sistema matemàtic no lineal és complicat i que aquí és on intervenen els ordinadors amb la seva extraordinària capacitat de càlcul.

Respecte al control posa com a exemple la missió Apollo de la NASA. Una sonda enviada a la Lluna ha de seguir una trajectòria calculada prèviament. Però petites variacions, per exemple en l'impuls dels motors, fan necessari introduir correccions sobre la marxa dels càlculs previs. S'ha de tenir control sobre el sistema. Més ambiciós és voler controlar el clima a partir del model i d'actuar sobre ell.

Va acabar posant exemple de ciències com la química supramolecular, biologia molecular, etc. que tenen necessitat ja de models matemàtics i de resoldre complicades equacions matemàtiques que potser en pocs anys serà possible abordar.

Les matemàtiques en l'activitat política

A continuació en **David Nualart** va parlar de les matemàtiques en l'activitat política, conferència que reproduïm íntegrament pel seu interès i també perquè molt amablement ens ha brindat el text.

Com eina per a l'estudi quantitatiu i la modelització de fenòmens, les matemàtiques estan presents en totes les disciplines, i en particular en les ciències polítiques. Qüestions fonamentals com la mesura del poder polític del president d'una nació, el repartiment d'escons entre diverses formacions polítiques en funció del nombre de vots, l'elecció d'una estratègia en una situació de conflicte o establir un sistema de votació just i raonable es poden abordar a partir de teories matemàtiques adequades com la teoria de jocs, la teoria de l'elecció social o la programació entera.

En aquesta conferència intentaré presentar algunes d'aquestes qüestions amb l'objectiu de mostrar el paper que juguen les matemàtiques a la vida política.

Sistemes de votació i índexs de poder

Un dels elements bàsics de la política és la noció de poder. Aquesta noció té diversos aspectes però a nosaltres ens interessa el poder relacionat amb un determinat sistema de votació en què cada votant emet un SÍ o un NO a

una certa proposició. Si cada votant té un sol vot i s'utilitza la regla de la majoria, tots tindran el mateix poder. No obstant, hi ha situacions en les quals no es segueix el principi d'«una persona, un vot». Per exemple, els accionistes d'una empresa tenen un número de vots en funció de les accions que posseeixen. També en una associació econòmica entre tres països A, B i C pot passar que per tenir més pes, al país A li corresponguin tres vots i B i C tinguin un vot cadascun. Vol dir això que A té el triple de poder que B o C? La resposta és clarament no, perquè B i C no tenen cap poder si se segueix la regla de la majoria per a prendre acords. Es tracta llavors d'introduir una mesura quantitativa del poder de cada votant entès com la seva capacitat per a influir en les decisions.

Suposem que en un *sistema de votació ponderat* hi ha n votants A_1, \dots, A_n i cada votant té assignat un cert nombre de vots $v(A_1), \dots, v(A_n)$. Per a completar la descripció d'aquest sistema de votació s'ha d'especificar una quota q que és el mínim nombre de vots

necessaris per aprovar un acord. Representarem aquest sistema de votació per la notació

$$[q : v(A_1), \dots, v(A_n)]$$

El primer índex numèric per a avaluar el poder en els sistemes de votació va ser proposat el 1954 per Shapley i Shubik. L'índex de poder de Shapley-Shubik d'un votant concret A_i es defineix com el nombre $N(A_i)$ de permutacions del votants en què A_i és un element decisiu (o *pivot*) respecte dels votants que el precedeixen, dividit pel nombre total de permutacions, és a dir

$$\frac{N(A_i)}{n!}$$

Que A_i sigui un pivot en una ordenació dels votants vol dir que els votants anteriors a A_i no formen una coalició guanyadora, però en incloure A_i la coalició es transforma en guanyadora.

Per exemple, examinem el cas d'un sistema de votació ponderat amb tres votants, A, B i C, que tenen 50, 48 i 2 vots, respectivament. Podem imaginar que aquests votants són accionistes d'una empresa que posseeixen el 50 %, el 48 % i el 2 % de les accions. Si els acords es prenen per majoria simple, la quota és de 51 vots i expressarem aquest sistema de votació com [51:50,48,2]. Per calcular l'índex de Shapley-Shubik de cada votant, en la taula següent hem enquadrat el votant pivot en cada una de les 6 possibles ordenacions:

A	B	C	B	A	C	C	A	B
A	C	B	B	C	A	C	B	A

D'aquí es dedueix que A té un índex de poder de $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$, mentre que B i C tenen un índex igual a 16. Observem que B i C tenen el mateix índex de poder, encara que B tingui 24 vegades més vots que C.

L'índex de Shapley-Shubik representa una fracció del poder total en el sentit que la suma de tots els índexs és 1. D'altra banda, aquest índex es pot emprar per a mesurar l'augment de poder en fer coalicions. Per exemple, considerem un sistema amb 100 votants en què cadascun té un vot. L'índex de poder de cada votant es 0,01. No obstant, si 12 votants decideixen votar conjuntament, l'índex de poder d'aquest grup de votants passa a ser de $\frac{12}{89} = 0,135$ que és més gran que la suma dels índexs individuals. En general si hi ha n votants i apareix un bloc de mida b , l'índex de poder del bloc es calcula mitjançant la fórmula $\frac{b}{n-b+1}$, que correspon a

l'índex d'un votant amb b vots en un sistema on els restants $n - b$ votants tenen un sol vot.

Un índex de poder diferent va ser introduït el 1965 per l'advocat dels Estats Units John Banzhaf. L'índex de Banzhaf d'un votant es defineix com el nombre de coalicions guanyadores a què pertany aquest votant i que perdrien si desertés. En qualsevol coalició guanyadora, un votant que és capaç de causar-li la derrota en desertar es diu un votant basculant. Contràriament al que passava amb l'índex de Shapley-Shubik, aquí les coalicions es compten sense tenir en compte l'ordenació dels votants. En el sistema [51:50,48,2], els índexs de Banzhaf serien 3, 1, 1, ja que A és basculant en les coalicions $\{A, B, C\}$, $\{A, B\}$ i $\{A, C\}$, mentre que B és basculant en $\{A, B\}$ i C ho és en $\{A, C\}$. L'índex de Banzhaf s'acostuma a normalitzar, és a dir, dividir per la suma total dels índexs, i així, en aquest exemple obtindríem els índexs normalitzats $\frac{3}{5}$, $\frac{1}{5}$ i $\frac{1}{5}$.

Aquests dos índexs no proporcionen una solució perfecta al problema de la mesura quantitativa del poder a causa de certes paradoxes. Per exemple, en passar de la distribució de vots [8 : 5, 3, 1, 1, 1] a [8 : 4, 4, 1, 1, 1] el primer votant té menys vots però augmenta el seu índex de Banzhaf de 0,47 a 0,5 perquè els tres últims votants es converteixen en innecessaris per a qualsevol coalició guanyadora. L'índex de Shapley-Shubik no presenta aquesta paradoxa, però pot passar que en augmentar el nombre total de votants l'índex d'un votant augmenti encara que la seva fracció de vots disminueixi. D'altra banda, aquests índexs poden donar valors molt diferents. Per exemple, el bloc de 12 votants en un sistema de 100 membres té un índex de Banzhaf de 0,632, mentre que l'índex de Shapley-Shubik era de 0,135.

Els índexs de poder es poden calcular per a sistemes de votació més complexos que els sistemes ponderats, definits mitjançant un determinat conjunt de coalicions guanyadores. Es diu que dos sistemes de votació són equivalents si tenen les mateixes coalicions guanyadores. Es pot demostrar que hi ha sistemes equivalents a un sistema ponderat, i d'altres que no ho són. Per exemple, el Consell de Seguretat de les Nacions Unides està format per 15 països, cinc d'ells, els membres permanents, amb dret a vet. Per aprovar una resolució es requereixen 9 dels 15 vots. Aquest sistema de votació és equiva-

lent a un sistema ponderat de quota 39, amb 7 vots per a cada membre permanent i 1 per a cada membre no permanent. En canvi, el sistema de votació federal dels Estats Units d'Amèrica, en el qual el president té dret de vet excepte si s'arriba als dos terços dels vots no és un sistema ponderat. És curiós observar que en aquest sistema l'índex de Shapley-Shubik del president és 0,16, mentre que el de Banzhaf és 0,04.

Els índexs de Shapley-Shubik i de Banzhaf aporten una mesura del poder des de perspectives diferents, essent l'índex de Shapley-Shubik més indicat si hi ha un ventall d'opinions sobre la majoria de qüestions sobre les quals han de decidir els votants, mentre que el de Banzhaf seria preferible si la pregunta no admetés un conjunt ampli d'opinions. En conclusió, el problema de la mesura del poder en un sistema de votació no està completament resolt, existint diversos models matemàtics possibles.

Els sistemes de votació SÍ-NO són casos particulars de jocs de n persones, i l'índex de Shapley-Shubik procedeix de la noció de valor Shapley del joc. La teoria de jocs proporciona un model matemàtic simple per a situacions de conflicte, que en alguns casos ha aportat un nou punt de vista a successos que en un principi semblaven intractables per la seva enorme complexitat.

La teoria de l'elecció social

Fins ara hem considerat sistemes de votació amb dues alternatives: SÍ i NO. Si existeixen més de dues alternatives el problema es torna més complicat. Cada individu tindrà un cert ordre de preferència entre les diferents alternatives i es planteja el problema de convertir les diferents preferències individuals en una sola elecció per a tot el grup. Aquesta és la qüestió bàsica en la denominada teoria de l'elecció social. Per a il·lustrar aquest problema, considerem el cas de tres opcions a, b i c , i suposem que les sis possibles ordenacions de preferència entre elles tenen els següents percentatges d'acceptació:

abc	acb	bac	bca	cab	cba
22 %	23 %	15 %	29 %	7 %	4 %

Observem que l'alternativa a és preferida sobre les altres per un 45 %, l'alternativa b per un 44 % i l'alternativa c per un 11 %, no obstant l'ordenació abc no és la que té més vots. Per

tant no queda clar com elegir una ordenació a partir de les preferències particulars.

Una regla o procediment d'agregació que permeti elegir una ordenació entre les alternatives a partir de preferències particulars es diu *funció de benestar social*. Com exemples de funcions de benestar social poden citar-se:

- (a) El mètode de la *majoria relativa* consisteix en ordenar les alternatives segons el nombre de vegades que apareixen com millor opció. En primer lloc apareixerà l'alternativa amb major nombre de vots encara que no tingui la majoria absoluta. A l'exemple anterior, l'ordenació guanyadora seria la abc .
- (b) El procediment denominat *índex de recompta de Borda* consisteix a puntuar de 1 a n les alternatives de cada llista individual, i després sumar els punts de cada alternativa per arribar a una classificació final.
- (c) El mètode de *comparació per parelles* col·loca l'alternativa x davant de l'alternativa y si més del 50 % dels individus prefereixen x a y . En l'exemple anterior, a guanya a b per 52 % a 48 %, a guanya a c per 60 % a 40 %, i b guanya a c per 66 % a 34 %. Per tant l'ordenació final és abc . El problema amb aquest mètode és que la relació obtinguda pot no ser transitiva, és a dir, pot passar que a guanyi a b , b guanyi a c i, no obstant, a no guanyi a c .

Donada aquesta diversitat de mètodes, es poden apuntar diverses propietats que hauria de tenir un mètode raonable:

- (i) *Domini universal*: Qualsevol preferència individual és legítima.
- (ii) *El principi Pareto*: Si hi ha unanimitat de considerar una alternativa millor que una altra llavors el procediment d'agregació hauria de col·locar sempre l'alternativa millor davant de la pitjor.
- (iii) *Independència d'alternatives irrelevantes*: L'ordenació social de dues alternatives només depèn de la seva ordenació en cada llista individual i no de la seva relació amb altres alternatives.

El 1951, l'economista Kenneth Arrow va demostrar un teorema d'impossibilitat que afirma que si hi ha més de dues alternatives, qualsevol

funció de benestar social que compleixi les propietats anteriors coincideix amb les preferències d'un cert individu, que varia segons quina sigui la funció, i podríem parlar d'una certa dictadura. Aquest resultat és sorprenent i ens diu que és impossible trobar un mètode d'agregació just i raonable.

A partir d'aquest teorema, diversos autors han intentat obtenir resultats positius modificant les propietats anteriors. Per exemple, hi ha situacions en què la hipòtesi de domini universal no té sentit. Això passa, en particular, quan les possibles alternatives estan ordenades de forma natural com l'ordenació d'esquerra a dreta dels partits polítics. En tal cas, se suposa que les preferències individuals són unimodals respecte a tal ordenació, la qual cosa significa que fixada la millor alternativa per a un individu, en allunyar-nos en qualsevol de les dues direccions trobem alternatives menys preferides. En aquesta situació, Black demostrà el 1958 que la relació obtinguda mitjançant el mètode de comparació per parelles és transitiva i per tant constitueix el mètode més apropiat en aquest cas.

El 1966 es va introduir una noció de coherència que reflecteix d'una altra manera la idea de similitud entre llistes i que també implica la transitivitat de la llista obtinguda mitjançant el mètode de comparació per parelles. Podem concloure per tant que, encara que no hi ha un mètode matemàticament perfecte, en alguns casos poden trobar-se procediments d'agregació que funcionen bé.

El repartiment proporcional d'escons

De forma més concreta, les matemàtiques intervenen en el problema del repartiment proporcional d'escons entre diverses formacions polítiques en funció del nombre de vots. Aquest és un cas particular del problema de l'assignació proporcional entera. Problemes anàlegs serien l'assignació d'escons del Congrés dels Diputats a les províncies en proporció a la població de cadascuna d'elles o l'assignació de llocs escolars als pobles en proporció a la població. Molts problemes d'assignació de recursos en economia admeten plantejaments semblants.

Suposem que s'ha de repartir una quantitat h d'escons a n formacions polítiques. A partir del número de vots v_1, \dots, v_n , poden calcular-se les quotes, definides com la part del nombre

d'escons proporcional al nombre de vots:

$$q_i = \frac{v_i}{v_1 + \dots + v_n} h.$$

Aquestes quotes sumen h , però, en general, no són nombres enters. Una solució al problema de l'assignació proporcional entera consistirà en trobar números enters a_1, \dots, a_n pròxims a les quotes i que sumen h .

Es planteja llavors el problema de com construir un mètode adequat d'assignació proporcional entera. Al llarg de la història s'ha utilitzat essencialment el mètode basat en les restes i els mètodes basats en divisors. L'assignació obtinguda en cada cas surt d'una idea simple i acaba essent la solució d'un problema d'optimització.

El mètode més simple és el dels Restants Majors. S'assigna en primer lloc a cada partit la part entera de la seva quota $[q_i]$, després s'ordenen de major a menor els restants $q_i - [q_i]$ i s'assigna un escó més a cadascun dels partits amb major resta fins a completar els h escons. Aquest mètode té la bona propietat que dona solucions que difereixen de la quota en menys d'un escó. No obstant, presenta paradoxes inacceptables com que en augmentar el número d'escons de la circumscripció hi hagi partits que rebin menys representants. Aquesta és la denominada paradoxa d'Alabama ja que el 1880 aquest Estat tenia dret a 8 representants si la mida de la Cambra era de 299, però només a 7 representants si la mida era de 300. En aquest cas, el Congrés dels Estats Units va elegir una mida de 325 escons, amb la qual cosa es va produir un repartiment just. D'altra banda, pot passar que en comparar dues eleccions diferents un determinat partit hagi obtingut més vots però menys escons. A aquesta paradoxa se la denomina paradoxa dels vots. Aquestes paradoxes qualifiquen el mètode dels Restants Majors de poc raonable i condueixen a la recerca de mètodes alternatius.

El denominat mètode dels divisors té dos ingredients: per una part s'elegeix una forma d'arrodonir fraccions a quantitats enteres. En general, l'arrodonit d'un número real x serà un número enter que designarem per $[x]_{red}$ que diferirà de x en menys d'una unitat. Fixat un divisor d , es divideix el número de vots de cada partit v_i per d , i s'arrodoneix el resultat. La solució s'obté llavors elegint un divisor d de forma que la suma de les fraccions arrodonides $[\frac{v_i}{d}]_{red}$

sigui igual al nombre d'escons a repartir h , és a dir,

$$\sum_{i=1}^n \left[\frac{v_i}{d} \right]_{red} = h.$$

Existiran tants mètodes diferents com formes d'arrodonir. Els exemples d'arrodoniment més simples són:

- (i) La part entera del número, $[x]$, o arrodoniment cap avall.
- (ii) La part entera més una unitat, $[x] + 1$, o arrodoniment cap amunt.
- (iii) La part entera del número més 0,5, $[x + 0,5]$, que és l'enter més pròxim a x .

En general, una forma d'arrodonir ve definida per l'elecció d'uns números $r(s)$ compresos entre cada parell d'enters consecutius s i $s + 1$:

$$0 \leq r(0) \leq 1 \leq r(1) \leq 2 \leq r(2) \leq 3 \leq \dots$$

Es defineix llavors l'arrodoniment d'un número real x comprès entre $r(s)$ i $r(s + 1)$ com $s + 1$.

El cas particular d'una funció additiva del tipus $r(s) = s + m$, on m és un valor fixat de l'interval $[0,1]$, dóna lloc a l'arrodoniment $[x]_{red} = [x - m] + 1$.

Un procediment pràctic per aplicar el mètode dels divisors associat a l'arrodoniment del tipus $r(s)$ consisteix a fer una taula de les fraccions $\frac{v_i}{r(j)}$, per a $i = 1, \dots, n$, i $j = 1, \dots, h$. A continuació es localitzen a la taula les h fraccions més grans i s'assignen al partit i tants escons com el nombre d'aquestes fraccions que tinguin per numerador v_i .

S'han utilitzat històricament diverses funcions $r(s)$:

- (i) El mètode associat a $r(s) = s + 1$ és el conegut mètode de d'Hondt i fou introduït per Jefferson per al repartiment d'escons en el Congrés dels Estats Units en 1794. L'arrodoniment utilitzat en aquest mètode és simplement la part entera.
- (ii) Si $r(s) = s + 0,5$, s'obté el mètode St. Lagüé, desenvolupat per Webster com alternativa al mètode de Jefferson que afavoria als grans Estats.
- (iii) Si prenem $r(s) = s$, tindrem el mètode dels Divisors Petits o d'Adams.
- (iv) El mètode associat a $r(s) = s + 0,4$, fou inventat per Condorcet.

En relació a mètodes més complicats pot citar-se el de Hill-Huntington o de la Mitja Geomètrica que utilitza els números $r(s) = \sqrt{s(s + 1)}$, i el de Dean o de la Mitja Harmònica basat en $r(s) = \frac{2s(s+1)}{2s+1}$. Des d'un punt de vista matemàtic el problema de l'assignació proporcional entera es pot atacar com un problema de programació entera. És a dir, es tracta d'optimitzar una determinada funció objectiu, sota un conjunt de restriccions que en el nostre cas consistiran a imposar que el vector solució (a_1, \dots, a_n) tingui les components enteres no negatives i de suma h . La funció objectiu dependrà de cada mètode. Per exemple, el mètode dels Restants Majors correspon a la minimització de la funció

$$\sum_{i=1}^n |a_i - q_i|$$

igual a la suma dels valors absoluts de les diferències entre les assignacions i les quotes. El mètode de la Mitja Geomètrica correspon a la minimització d'una funció definida com la suma ponderada dels quadrats de les diferències entre el nombre de vots per escó de cada partit, $\frac{v_i}{a_i}$, i la mitjana de vots per escó $\frac{v}{h}$, on $v = v_1 + \dots + v_n$ és el nombre total de vots. És a dir, la funció

$$\sum_{i=1}^n a_i \left(\frac{v_i}{a_i} - \frac{v}{h} \right)^2.$$

Donada la diversitat de mètodes, com elegirem el més raonable? Un procediment habitual en matemàtiques consisteix a imposar certes propietats desitjables, com en el cas de l'elecció social, i després buscar un mètode que compleixi. Entre aquestes propietats podem citar:

1. Verificació de la quota: cap diferència entre escons i quota és superior a la unitat.
2. Monotonia respecte a la quantitat d'escons: en augmentar el número h d'escons de la circumscripció cap partit hauria de rebre menys escons, per a una distribució fixada de vots.
3. Monotonia respecte als vots: en comparar els resultats de dues eleccions, si el nombre de vots d'un partit augmenta i el d'un altre disminueix, no ha de passar que el primer tingui menys escons i el segon més.
4. Homogeneïtat: la solució no s'altera si es multiplica el nombre de vots per un factor $\lambda > 0$.

El 1982, els matemàtics Balinski i Young varen demostrar que no és possible definir un mètode d'assignació que sigui homogeni, monòton respecte als vots i verifiqui la quota. Es tracta, per tant, d'un teorema d'impossibilitat semblant al d'Arrow que ens porta a prescindir d'alguna de les propietats anteriors.

Verificar la quota implica exigir molt als partits grans i poc als petits. Si a un partit que té quota de 0,5 se li assigna un escó, rep el doble i es verifica la quota, mentre que a un altre partit al qual correspongui una quota de 13,5 pot rebre com a màxim 14 escons per verificar la quota, cosa que no sembla justa. Per tant, les limitacions que marca la quota no corresponen a la idea de proporcionalitat. D'altra banda, un mètode d'assignació que no sigui monòton és susceptible de manipulació política en benefici d'un o diversos partits.

Per tot això sembla més important la monotonia que la verificació de la quota.

Altres dues propietats interessants són la consistència i l'exactitud.

Que un mètode sigui consistent significa que les parts proporcionals d'una assignació han de ser proporcionals. És a dir, si en una elecció en què participen més de dos partits, als partits A i B se'ls atorga a_1 i a_2 escons, respectivament, llavors, si només haguessin participat aquests dos partits i el número d'escons a assignar hagués estat $a_1 + a_2$, l'assignació hauria de ser la mateixa. L'exactitud significa que si les quotes són enteres el mètode d'assignació hauria de donar com a solució les mateixes quotes.

Balinski i Young van demostrar també que si un mètode és exacte, monòton, consistent, homogeni i continu respecte als vots, ha de ser necessàriament un mètode de divisores. D'això es dedueix que els mètodes de divisores són els únics candidats raonables com a mètodes d'assignació proporcional entera.

Dintre dels mètodes de divisores, semblen especialment interessants els mètodes basats en la família paramètrica de funcions $r(s) = s + \mu$ on μ és un número entre 0 i 1. Una anàlisi més a fons d'aquests mètodes es pot fer introduint una noció de biaix com a mesura de la tendència sistemàtica a afavorir uns partits a costa d'altres: grans en front de petits, o viceversa. Es diu que un mètode de divisores basat en $r(s)$ és no esbiaixat si fixada una assignació $a = (a_1, \dots, a_n)$ i un divisor d , la mitja dels vec-

tors de vots (v_1, \dots, v_n) que donen per solució l'assignació a amb el divisor d és igual al vector (da_1, \dots, da_n) , suposant que els vots v_i són quantitats aleatòries amb distribució uniforme en l'interval $[dr(a_i - 1), dr(a_i)]$, per $i = 1, \dots, n$. És a dir, un mètode de divisores basat en $r(s)$ serà no esbiaixat si es compleix

$$a_i = \frac{r(a_i - 1) + r(a_i)}{2},$$

per tot $i = 1, \dots, n$.

Es pot demostrar que l'únic mètode de divisores no esbiaixat és el corresponent a $r(s) = s + 0,5$. D'altra banda, si ens restringim als mètodes de la forma $s + m$, si $m > 0,5$, el mètode és esbiaixat a favor dels partits més votats i si $m < 0,5$ el mètode és esbiaixat a favor dels partits menys votats.

En el nostre país, l'elecció del Congrés dels Diputats comporta dos problemes d'assignació que es resolen mitjançant mètodes diferents. Per una part, la distribució dels escons entre les províncies, deixant a part Ceuta i Melilla i els 2 escons que automàticament rep cadascuna de les altres províncies, es fa mitjançant el mètode dels Restants Majors. D'altra banda, l'assignació d'escons als partits s'efectua mitjançant el mètode de d'Hondt, amb una barreira inicial del 3 % per poder participar. Com hem vist, el mètode de d'Hondt és el mètode de divisores associat a l'arrodoniment cap avall. La utilització d'aquest mètode no esbiaixat que afavoreix els grans partits es justifica per raons d'estabilitat del sistema.

Un examen global dels resultats de les set eleccions generals que hi ha hagut en el nostre país mostra una baixa proporcionalitat entre el nombre total de vots i el nombre total d'escons rebuts per cada partit.

Si es sumen les quotes i els vots de cada circumscripció a què es presenta cada partit, s'observa que els partits d'àmbit autonòmic reben un nombre d'escons semblant a la seva quota, els dos partits més votats d'àmbit nacional en reben més que la seva quota, el tercer partit d'àmbit nacional rep aproximadament la meitat dels escons que corresponen a la seva quota i els restants partits d'àmbit nacional tendeixen a desaparèixer. Aquesta baixa proporcionalitat no es deu només al mètode de d'Hondt sinó principalment a l'existència de moltes circumscripcions petites. La combinació d'aquests dos

factors pot donar lloc a situacions paradoxals com ara que un partit tingui globalment més vots però menys diputats, com ha succeït recentment a les eleccions de Catalunya.

En un interessant estudi publicat recentment a la revista de la Sociedad Española de Matemática Aplicada, Balinski i Ramírez proposen diverses modificacions al sistema electoral espanyol en el marc de la Constitució, amb l'objecte d'augmentar la proporcionalitat. Concretament, aquests autors suggereixen augmentar la mida de la Cambra al màxim i assignar únicament un escó inicial per província, repartint els altres mitjançant el mètode de St. Laguë. A més, com alternativa al mètode de Hondt per a repartir els escons en funció del nombre de vots, proposen el mètode de divisors

basat en l'arrodoniment $s + \frac{2}{3}$. Aquest mètode, és el que afavorint els partits grans, perjudica menys el tercer partit, suposant que com a molt tres partits aconseguixin representació. En efecte, es pot demostrar que $\frac{2}{3}$ és el valor mínim de μ per al qual un mètode del tipus $s + \mu$ no primi el restant del tercer partit sobre els altres dos ni el restant del segon partit sobre el del primer. D'altra banda, amb aquest mètode el tercer partit obté un escó sempre que la seva quota superi el valor $\frac{2}{3}$.

En conclusió, l'elecció d'un mètode de repartiment és una decisió política ja que no existeix cap mètode òptim, encara que les matemàtiques puguin ajudar a trobar la solució que millor s'ajusti a unes circumstàncies determinades.

Taula rodona

Transcrivim íntegrament la intervenció del president de la Societat Catalana de Matemàtiques **Sebastià Xambó** pel seu interès i també perquè molt amablement ens ha brindat el text. «El desenvolupament de la societat i les matemàtiques a la Universitat»

Com a matemàtic vull expressar primer la meua satisfacció, i m'agradaria que aquest fos el sentiment de tothom, pel fet que el Congrés del Diputats reaccionés davant l'«Any Mundial de les Matemàtiques», en què acabem d'entrar, donant suport a les seves finalitats, primer aprovant la corresponent proposició no de llei, i ara amb l'organització d'aquesta Jornada Matemàtica. Per a les persones que de política no tenim més noció que la transmesa per la televisió i els diaris, aquest fet resulta fins i tot sorprenent, ja que la fructificació d'aquest tipus d'iniciatives tan sols sembla concebible si la vida parlamentària ordinària és més rica i matissada del que permeten entreveure els mitjans de comunicació.

En tot cas és un deure congratular el Congrés dels Diputats, i totes les persones que han fet possible aquesta Jornada, encara que només fos pel fet que, se sigui o no conscient d'això, el tema de les matemàtiques, i la seva ensenyança a tots els nivells, és important per a la societat en general. Les iniciatives del congrés reconeixen implícitament aquesta valoració, la qual cosa, d'altra banda, es troba en línia amb el segon punt de la declaració de Rio

de Janeiro, és a dir, amb promulgar que *la matemàtica és una de les principals claus per al desenvolupament*.

Aquesta afirmació adquireix substància tan sols recordant el paper que històricament han jugat les matemàtiques a la Ciència, particularment la física, i en la tècnica. Va ser Galileu el primer que va constatar la importància d'aquest paper amb una expressiva metàfora: «el llibre de la natura està escrit amb caràcters matemàtics». Aquest és sens dubte el cas de l'extens primer capítol sobre la «naturalesa mecànica», que és la que escrutava Galileu, la importància fonamental de la qual en la societat actual és visible per qualsevol, sigui en el transport, la indústria, o els viatges interplanetaris.

La metàfora va reaparèixer en el capítol sobre la «naturalesa elèctrica», iniciat en el segle passat, l'escriptura del qual ha prosseguit amb vigor creixent durant el segle XX. És clar que l'actual civilització no seria possible sense la comprensió i domini de l'electricitat i el magnetisme, a totes les escales, i al mateix temps aquesta comprensió i domini no serien possibles sense les matemàtiques.

A aquest paper instrumental de les matemàtiques s'hi ha d'afegir un paper encara més central que ha emergit «progressivament» en les últimes dècades amb les noves tecnologies informàtiques i de comunicació. Totes les anàlisis indiquen que ens dirigim cap a un *món digital*, un món en el qual la part més important de l'economia estarà formada per productes digitals i del qual tenim ja indicis amb els discos compactes, la telefonia mòbil i la televisió digital. Ara bé, aquesta digitalització massiva cap on tendeix el món és en bona part un procés matemàtic: la informació digitalitzada (incloent el diner) de fet no és més que números, i els tractaments als quals s'ha de sotmetre aquesta informació per a la seva transmissió, «emmagatzament» i ús no són més que operacions matemàtiques sobre aquests números. Encara més, la garantia que aquestes operacions són segures i eficients ve proporcionada per teoremes matemàtics, el descobriment i demostració dels quals no va tenir, en general, res a veure amb les aplicacions.

En tot cas vivim un moment històric en què les ciències físiques, la tecnologia i les matemàtiques convergeixen en un punt que fa possible objectes com el disc compacte o el telèfon mòbil. El paper de les matemàtiques aquí no és instrumental, sinó un component més dels sistemes. En els dos casos citats, per exemple, la qualitat del funcionament depèn de manera molt crucial de l'ús de codis autocorrectors, que són esquemes matemàtics de codificació i descodificació descoberts durant les últimes dècades i que permeten que la qualitat de la música del disc compacte no es vegi alterada de manera inacceptable per defectes de la superfície del disc o per la seva gradual deterioració per l'ús.

El món digital a què ens hem referit, distribuït en la xarxa, es diu *ciberespai*, i es parla obertament de la seva *colonització*. Es parla també, més enllà de la societat de la informació, de la del coneixement. Crec que aquest fenomen s'ha de veure com una oportunitat històrica per a un país com el nostre on la tradició matemàtica no ha tingut la força de la d'altres països, però que afortunadament en el darrer quart de segle ha remuntat fins arribar a nivells internacionals molt respectables. Altres ja s'estan movent organitzadament, i no veig cap raó perquè aquí no puguem fer el mateix, per-

què no puguem donar el passos adequats per ocupar un lloc en la societat del coneixement.

D'acord amb el que he exposat, resulta clar que és important per al país, sobretot pel que fa a la seva futura economia, que siguin capaços de garantir que el ciutadà corrent tingui uns coneixements adequats de matemàtiques (eradicar l'anumerisme hauria de ser l'objectiu) i, al mateix temps, que el nombre i qualitat dels matemàtics (juntament amb el de científics i enginyers), i dels mitjans a la seva disposició, siguin suficients.

Però en les actuals circumstàncies no sembla fàcil assolir plenament aquests objectius. Si per un costat hi ha indicis fidedignes que el creixement (almenys quantitatiu) de la investigació en matemàtiques ha estat espectacular, ja que actualment Espanya produeix el 4 % dels articles en aquesta matèria, i que l'ensenyança en les facultats té molts aspectes positius, hi ha un bon nombre de dificultats i problemes diversos. Intentaré destacar-ne uns quants dels que em semblen més importants, i suggerir, encara que sigui de manera molt preliminar i a títol dialèctic, algunes de les idees i línies de treball que em semblen indispensables per poder avançar en el sentit esmentat.

Una primera qüestió és la preparació dels estudiants que arriben a la universitat. Aquest punt va ser el focus, en el Regne Unit, de l'informe Howson encarregat per la Societat Matemàtica de Londres, l'Institut de Matemàtiques i les seves aplicacions i la Real Societat d'Estadística (*Tackling the Mathematical Problem*, 1995). No tenint constància de l'existència d'un informe global sobre la mateixa qüestió a Espanya, però havent detectat certament una preocupació general sobre el problema, són necessaris alguns comentaris.

En el cas del Regne Unit, s'afirma que els canvis recents en l'ensenyança de les matemàtiques a primària i secundària poden haver estat avantatjosos per a alguns estudiants, però no han construït els fonaments per a mantenir la quantitat i qualitat dels matemàticament competents i han estat altament desavantatjosos per a tots els que han de continuar la seva formació matemàtica després de secundària. És bastant segur que una bona part d'aquestes afirmacions són aplicables al nostre sistema educatiu i que l'actual situació afavoreix la tendència que ho siguin.

Per exemple, sembla que actualment, almenys en algunes comunitats autònomes, hi ha més demanda que oferta per les places d'ensenyança de les matemàtiques, de manera que un nombre significatiu queda cobert per especialistes en altres matèries. Sigui com sigui, potser seria convenient, per sortir de dubtes d'una manera objectiva i lluny de qualsevol apriorisme, que un grup de treball qualificat pogués delinear i formular amb precisió quina és la nostra situació real.

Les recomanacions de l'informe Howson varen ser que es creés una comissió encarregada de presentar sintèticament l'estat de l'educació matemàtica des de primària fins a la universitat i d'assegurar directrius sòlides i adequat suport a totes les persones que la imparteixen, o que estan involucrades en la seva organització. Aquest grup hauria d'assegurar que les diverses qüestions siguin debatudes obertament i extensament per tots els sectors implicats. A més, el procés per identificar representants apropiats de l'educació terciària hauria d'incloure consultes a societats científiques i professionals.

Es donen actualment les condicions per a què una iniciativa d'aquesta envergadura tingui sentit en el nostre país? Jo crec que sí, i que val la pena examinar-la amb cura. És difícil imaginar avenços significatius sense un coneixement detallat de la nostra realitat i dels nostres propis problemes.

Ara voldria fer uns comentaris sobre la qüestió de la matemàtica pura *versus* la matemàtica aplicada. No voldria que la meua posició a favor d'explorar totes les possibles aplicacions de la matemàtica, i que els esforços en aquesta direcció augmentin substancialment en els anys venidors, fos entesa com una oposició al desenvolupament de la matemàtica pura. Més aviat és el contrari: ja que la història ens mostra que les aplicacions de les idees matemàtiques acostumen a aparèixer molt després del seu desenvolupament teòric, considero obligat que les administracions públiques tinguin sempre en compte aquest fet en la distribució dels recursos i en l'avaluació dels resultats. Amb una visió merament utilitària i curta de mires, els estudis del grec Apol·loni sobre les seccions còniques, que més d'un mil·lenni varen ser la clau que va permetre a Kepler descobrir les seves famoses lleis, es valorarien com irrellevants; els treballs de Galois sobre les condicions de resolubilitat

de les equacions algebraïques, en què es van introduir els cossos finits que actualment s'utilitzen per a la construcció efectiva de codis autocorrectors, s'haurien deixat de costat amb simples disquisicions teòriques; o els treballs de Riemann sobre les idees fonamentals subjacents a la geometria, que varen ser la base, entre altres, de les teories d'Einstein, s'haurien considerat meres especulacions. El *tempo* de les matemàtiques sol ser, doncs, molt més llarg que el d'un mandat electoral o fins i tot que el d'una o diverses generacions, i crec que per a un país seria insensat ignorar-ho a l'hora de prioritzar el destí dels recursos.

Un altre aspecte que cal comentar és el del binomi docència-investigació. A l'estudi encarregat per la Societat Matemàtica Americana amb l'objectiu de donar recomanacions útils per a la direcció de departaments de matemàtiques en la pròxima dècada (*Towards Excellence: Leading a Mathematics Department in the 21st Century*, 1999, referència que agraeixo a Manuel de Leon) s'aposta per un perfil de departament tal que la seva missió inclogui un compromís d'excel·lència tant en la investigació com en la docència. Encara que el model en qüestió no és directament transferible al nostre entorn, algunes de les seves característiques sí que ho són, amb totes les matisacions que es vulgui.

Per un costat es continua afirmant que a la universitat s'ha de continuar amb la recerca de qualitat. Però és ben conegut que aquest afany comporta sovint que la docència sigui considerada com una molèstia per a la carrera investigadora i que, conseqüentment, la seva qualitat sigui baixa en moltes ocasions. La recomanació de l'informe és precisament que aquesta tendència s'ha d'invertir si es desitja que el departament sobrevisqui saludablement als canvis a mig i llarg termini.

S'ha de fer notar que per docència s'entén no només la de les assignatures de la llicenciatura pròpiament dita, sinó també les que s'imparteixen en altres estudis (docència externa) i les incloses en els estudis propis per a preparar els estudiants respecte de les feines reals que trobaran. De fet, es considera indispensable incloure en el pla docent una proporció equilibrada dels tres tipus d'assignatura, ja que en general resulta ser la manera més assequible de concretar la necessària contribució des de la docència de les matemàtiques a la

realització de la missió de la universitat. S'insisteix, a més, que el millor perfil del docent és el d'un professor amb curiositat intel·lectual sobre l'ensenyança, amb una dedicació adequada, i que és a més responsable de tirar endavant un bon programa d'investigació.

Per a promoure la innovació en la docència, poden tenir un paper molt important les noves tecnologies i per això convindria que tots els centres poguessin disposar dels mitjans apropiats. Avui, per exemple, es pot impartir una classe, o una sessió de laboratori, mitjançant un videoprojector amb el qual es presenten, segons convingui, els conceptes i resultats matemàtics, en hipertext i gràfics d'alta qualitat; o l'expressió transparent dels algorismes pertinents, mitjançant llenguatges d'última generació; o l'execució dels mateixos *in situ*, invocant un programa apropiat. Però en general el professorat no disposa d'aquests mitjans, ni d'una connexió a Internet des de l'aula, per la qual cosa ha de retrocedir al sistema clàssic de guix i pissarra, o a tot estirar al projector de transparències.

Taula rodona. Continuació

La intervenció a la taula rodona de **Miguel de Guzman**, de la Real Academia de Ciencias, va versar sobre «El sentit de l'educació matemàtica i l'orientació actual del nostre sistema educatiu».

Va parlar dels Pitagòrics, de com van començar a percebre en la seva contemplació matemàtica les harmonies més profundes presents a l'Univers en què vivim. I de com en aquesta contemplació basaven la seva vida ètica i religiosa, de manera que la matemàtica era en certa manera una guia de contemplació i de comportament que els portava a respectar tots els éssers vius i a afavorir les relacions amb tots els sers tan humans com divins. Una lliçó d'humanisme ecològic que hem desaprofitat, convertint l'educació matemàtica en una rutina buida en el moment en què seria més necessari fer ús de la capacitat forjadora i integradora del quefer matemàtic.

Pensa que la matemàtica és capaç d'estimular alguns dels aspectes ètics importants que una educació moderna hauria de contemplar com a objectius. Per justificar aquesta afirmació comenta que el matemàtic accepta amb gaudiment una veritat científica sigui qui sigui qui l'hagi trobat i contradigui o no les seves expectatives prèvies, sent això un signe de generositat. El sentiment de profunda humilitat davant

En la innovació en matèria d'investigació considero que és molt important que en els estudis de llicenciatura s'introdueixin elements d'iniciació a la investigació, ja que l'inici formal a aquestes feines segons els programes de doctorat passa en una edat que considero massa tardana. El model de Projecte Tecnològic introduït a la Facultat de Matemàtiques i Estadística de la Universitat Politècnica de Catalunya és un pas positiu en la direcció indicada, ja que l'estudiant que elegeix aquesta modalitat ha de presentar un projecte, ha de desenvolupar-lo (sota la supervisió d'un tutor) i ha de redactar i defensar una memòria sobre el treball realitzat i els resultats aconseguits. S'obté així una preparació excel·lent, comparable a la del projecte de fi de carrera d'un enginyer o un arquitecte, tant per prosseguir la investigació en matemàtiques com per a accedir a altres treballs. Però possiblement s'hagi d'anar més enllà, no en el sentit d'allargar-ho o de complicar el projecte tecnològic, sinó en el de fomentar l'esperit crític i l'actitud investigadora davant qualsevol problema o situació.

la multitud de veritats encara per descobrir és una de les actituds ètiques importants que la matemàtica pot estimular. El fet que els teoremes dels grecs siguin avui igualment vàlids fa sentir una responsabilitat comuna de fer progressar la nostra cultura.

També l'acceptació del consens, que en matemàtica podria ser l'acceptació del sistema axiomàtic on ens situem, és un concepte important a la nostra societat que la matemàtica pot fomentar.

També la matemàtica és llibertat, com ja va dir Cantor, i aventura.

Va acabar citant alguns elements de l'estructura del sistema educatiu que impedeixen que els joves rebin en la seva educació matemàtica els grans beneficis que aquesta els pot proporcionar.

1. La formació que reben els professors d'ensenyament primari és insuficient.
2. La formació dels professors de secundària i universitat omet molts dels punts que tenen a veure amb la visió integral de les matemàtiques.

3. El temps dedicat pels estudiants de primària i secundària a l'estudi de les matemàtiques és molt insuficient.
4. Mala adaptació a l'extensió de l'ensenyament obligatori fins als 16 anys.

A continuació va parlar **Luis Balbuena** de l'Institut Viera y Clavijo de La Laguna.

Va declarar només començar que comparteix la necessitat de la Reforma així com els grans principis que la van inspirar. No obstant de seguida es va queixar que de les quatre hores setmanals de matemàtiques al BUP s'ha passat a només tres amb la LOGSE. Va posar de manifest que això va contra els propis informes de la UNESCO, citant l'informe *L'educació «encierra?» un tesoro* de la comissió internacional sobre l'educació en el segle XXI presidida per Jaques Delors. També diu que la reducció horària va en contra de les directrius metodològiques de la pròpia llei que pretén que els estudiants tinguin temps per poder accedir als continguts i a les seves aplicacions.

Critica que les empreses editores de llibres de texts s'han limitat a adaptar, amb lleugers retocs, els llibres que s'utilitzaven en l'anterior sistema. També el tractament de la diversitat ha quedat fora d'aquests llibres, que de manera general han deixat de banda les qüestions metodològiques.

La Reforma considera un principi bàsic oferir a cada alumne l'ajuda pedagògica que necessiti en funció de la seva capacitat d'aprenen-

tatge, de les seves motivacions i interessos. És normal trobar a l'aula una gran diferència tant en el desenvolupament de capacitats com de nivells de coneixement. A més hi ha problemes de natura social, cultural i humana que incideixen també en la creació de diversitat a l'aula. El professor de matemàtiques, pel fet de ser professor, no pot passar per alt tot això. No pot actuar com si els seus alumnes fossin un conjunt de robots aliens a la seva pròpia existència. No ha de ser insensible davant un alumne trist o rebel sobretot tenint en compte que en aquestes edats s'està formant un projecte humà per a tota la vida.

També va destacar el paper de la família. Creu que les ciències i la matemàtica en particular haurien de formar part de la cultura familiar i aparèixer com un tema més de conversació i comunicació, tasca a la qual pot ajudar la celebració de l'Any Mundial de les Matemàtiques.

Finalment, va destacar la importància de les noves tecnologies en l'ensenyament de les matemàtiques, i va acabar animant els professionals de la docència a mantenir sempre la il·lusió i l'esforç del primer dia.

Maria Jesús Luélmo, de l'Institut San Mateo de Madrid, va parlar dels «Reptes actuals de l'educació matemàtica a secundària»

Considera que la Reforma hagi unificat els dos cicles de l'ESO i que s'imparteixi en un mateix centre amb el mateix tipus de professorat és un fet especialment positiu per a les matemàtiques, perquè una bona seqüència i organització dels continguts de matemàtiques és molt important. També considera positiu que els alumnes estiguin en un sistema d'ensenyament fins a una edat en la qual les seves opcions acadèmiques i professionals són més conscients.

No obstant, la permanència en un mateix sistema no s'ha de traduir en un ensenyament uniforme per a tothom, i apel·la novament a la diversitat.

Insisteix en què la teoria de la LOGSE preveu situacions, com la diversitat, que després en la pràctica no són possibles. Es queixa

també de la manca de material adequat i òbviament de la manca d'hores lectives assignades a matemàtiques, que no permeten a la majoria de l'alumnat aprendre satisfactòriament el que està previst en les programacions.

Va fer també unes consideracions sobre la coordinació entre la secundària i la universitat tenint en compte que el tipus de prova obliga a proposar qüestions objectives, de manera que indirectament s'afavoreixen els aspectes més rutinaris de les matemàtiques en detriment d'altres tan interessants com les aplicacions o la resolució de problemes. Creu que els equips de coordinació de les PAAU no tenen prou en compte els canvis que hi ha hagut tant en el tipus d'alumnat com en els objectius i continguts matemàtics de la secundària en el seu conjunt.

El fet de transformar una prova de maduresa en una selectivitat vicia el plantejament inicial i no compleix tampoc la funció de selecció, ja que permet entrar a matemàtiques amb un 5 amb el posterior fracàs gairebé garantit.

Propugna finalment un currículum de matemàtiques dinàmic que es pugui, doncs, modi-

ficar gradualment per adaptar-lo a un entorn amb perspectives socials i científiques canviants. Proposa que es dugui a terme a Espanya un estudi similar a l'*Informe Cokgroft*, que es va realitzar l'any 1977 al Regne Unit demanat pel Parlament al Govern, per tal de saber les necessitats matemàtiques de la societat.

Una conferència sobre *José Echegaray i la matemàtica com instrument de regeneració* a càrrec de **José Manuel Sánchez Ron** de la Universitat Autònoma de Madrid i unes paraules de cloenda pronunciades pel vicepresident del Congrés Joan Marçet i Morera van cloure l'acte.

Una recopilació de les intervencions que aquí ressenyem ha estat publicada pel propi Congrés i la podeu trobar a ISBN: 84-7943-138-5.

L'ensenyança de les matemàtiques a Espanya: conclusions

Els components de la taula rodona sobre l'ensenyança de les matemàtiques a Espanya, després d'haver discutit internament les ponències presentades, han decidit unànimement ressaltar com a prioritaris els tres punts següents:

- La necessitat de canvis profunds en la nostra educació matemàtica pel que fa als nivells obligatoris, amb especial atenció al temps de dedicació a la matemàtica i a la diversitat d'interessos dels alumnes.
- La necessitat de realitzar importants transformacions en la preparació del professorat de primària i secundària pel que fa a la formació relacionada amb la matemàtica i la seva didàctica amb la finalitat que el nostre siste-

ma educatiu pugui afrontar amb competència els canvis necessaris.

- La necessitat d'establir un ampli diàleg entre la comunitat matemàtica i els diferents agents socials, per tal d'arribar a acords explícits sobre les competències bàsiques necessàries a la ciutadania i sobre els modes de fer possible que siguin abastades. Per a això serà necessari que es creï un organisme adequat o una comissió especial que doni suport i estimuli aquest diàleg. Aquest organisme hauria d'identificar també els problemes que afecten la nostra universitat pel que fa a docència en el nivell superior i promoure les mesures oportunes per a la seva solució.

M. de Guzman, L. Balbuena, M. J. Luelmo
M. V. Sánchez S. Xambó

Acte al Paranimf

El dia 7 de març de 2000 va tenir lloc un acte al Paranimf de la Universitat de Barcelona per commemorar l'Any Mundial de les Matemàtiques.

La mesa estava presidida per:

Prof. Andreu Mas Collell, Comissionat d'Universitats i Recerca, en representació del president de la Generalitat.

Prof. Antoni Caparrós, rector de la universitat amfitriona (UB).

Prof. Sebastià Xambó, president de la Societat Catalana de Matemàtiques.

Prof. Joaquim M. Ortega, president de la comissió per l'Any Mundial de les Matemàtiques.

Sr. Pere Solà, director general d'Ordenació Educativa, en nom de la consellera.

Sr. Vladimir de Semir, regidor ponent de la Ciutat del Coneixement, en nom de l'alcalde.

Va presentar l'acte el **Dr. Joaquim M. Ortega Aramburu**, president de la comissió per l'Any Mundial de les Matemàtiques.

Excm. I Magc. Rector

Sr. Comissionat per a Universitats i Recerca.